

Comparación de un control lineal y no lineal en un levitador magnético

Comparison of a linear and nonlinear control on a magnetic levitator

Jonathan Smith Castro-Beltrán
Escuela Tecnológica Instituto Técnico
Central
jscastrob@itc.edu.co

Carlos Felipe Vergara-Ramírez
Escuela Tecnológica Instituto Técnico
Central
cfvergarar@itc.edu.co

Joan Stiven Herrera-Guayazan
Escuela Tecnológica Instituto Técnico
Central
stivino20@hotmail.com

(Tipo de Artículo: Reflexión. Recibido: 26/11/2017. Aprobado: 16/01/2018)

Resumen. El artículo presenta los diseños y resultados de dos controladores tipo SISO de posición para un levitador magnético convencional, con la motivación de comparar las dinámicas de los sistemas posterior a la implementación de ambos métodos de control. Para el diseño de los controladores se obtuvo el modelo matemático aproximado de un levitador magnético a partir de características estáticas, de fuerza electromagnética e inductancia. Una vez establecido el modelo matemático se planteó una ley de control lineal a partir de una realimentación de estados con integrador, estimando la velocidad y corriente. Para el diseño del control no lineal se propuso una ley de control de tipo linealización entrada salida. Por último, se comparó la dinámica del sistema con los controladores implementados y se realizaron modificaciones de masa para verificar la robustez de los controladores, además de perturbaciones tales como fuerzas externas y ruido de tipo eléctrico. Finalmente, fue posible concluir que el controlador lineal tiene una respuesta satisfactoria en términos de error de estado estacionario, añadiendo un menor costo de procesamiento en comparación al controlador no lineal.

Abstract. This article presents the respective models and results of two kinds of SISO position controllers for a conventional magnetic levitator, with the motivation of compare the systems dynamics subsequent to the both implementation of the control methods. For the controller models was obtained an approximate mathematic model of a magnetic levitator from static features of electromagnetic and inductance forces. Once established the mathematic model was proposed lineal control law through states with integrator feedback thereof estimating the speed and current. For the nonlinear control model was proposed a control law of linearization input and output. Finally, was compared the system dynamic with the implement controllers, making mass changes to verify the controllers robustness furthermore disturbance such as external forces and electric type noise. Finally, was possible to conclude that the linear controller has a satisfactory response in terms of steady state error, adding a lower processing cost compared to the nonlinear controller.

Palabras clave. Control lineal; control no lineal; levitador Magnético; linealización entrada salida; realimentación de estados.

Keywords. Feedback states; input output linearization; linear control; magnetic levitator; nonlinear control.

DOI: 10.21500/20275846.3322

1. Introducción

Mantener objetos suspendidos sin existir contacto mecánico por medio de un campo magnético es conocido como levitación magnética. Actualmente; el uso extendido de este fenómeno se observa en los trenes de levitación magnética; diseños de montañas rusas con levitación magnética o la propulsión de naves espaciales mediante este mismo fenómeno; donde el diseño de sistemas y controladores para este tipo de sistemas requieren de alta precisión; tales usos se observan en [1-5].

Para mantener la levitación en un sistema es propicio el uso del control en lazo cerrado. Uno de los conceptos usados en ingeniería de control es el concepto de retroalimentación. La retroalimentación es un principio mediante el cual la información proveniente de un sensor (salida de la planta) es contrastada con respecto a una

referencia con el ánimo de darle orden a un actuador para ejecutar una acción correctiva [6].

El levitador magnético puede ser considerado un sistema de múltiples salidas; porque es necesario conocer variables como posición; velocidad del objeto a levitar y corriente eléctrica al generar el campo con un electroimán; y una señal de entrada que puede ser el potencial eléctrico aplicado al electroimán. Este es un sistema no lineal; debido a los continuos cambios de parámetros; implicando que para utilizar métodos de control lineal es necesario la linealización del sistema en torno a un punto de trabajo; mientras que los métodos de control no lineal pueden trabajar directamente con sistemas no lineales [7-8].

Para realizar un buen controlador es necesario tener un buen conocimiento del sistema; al realizar un modelo matemático; principalmente en un sistema no lineal; se

obtiene un alto grado de incertidumbre; ya que es complejo modelar todas las perturbaciones que afectan al sistema [9].

A partir de la formulación matricial es factible aplicar los métodos de realimentación completa de estados y de estimadores de estados como un método de solución al problema de estabilidad y seguimiento de manera lineal; como lo mencionó Acedo en [10].

En [8] se presenta un control no lineal por linealización y la comparación con un PID tradicional; arrojando como conclusión que el controlador no lineal es más eficiente; a pesar que no se evidenciaron variaciones de parámetros; lo cual no permite realizar una verificación profunda de la robustez de los controladores.

A lo largo del tiempo en la teoría de control se desarrollan una gran cantidad de propuestas; dos grandes vertientes son las estrategias determinísticas y las heurísticas; unos clásicos ejemplos de las primeras serían el PID y el control basado en realimentación de estado y en las heurísticas serían las redes neuronales y lógica difusa. En el presente artículo se desarrolla una comparación de dos controles clásicos; bajo el enfoque determinístico; uno lineal basado en realimentación de variables de estado con integrador y otro no lineal basado en linealización por realimentación. El control lineal se eligió debido que es la base fundamental para la teoría de control robusto además de su extendido uso industrial debido a su bajo costo computacional y buen desempeño; por otro lado, el control no lineal usado es el de linealización entrada-salida por ser la base para algunas de las nuevas propuestas como el control por rechazo activo de perturbaciones.

Una comparación de dos estrategias clásicas como las que se presentan en este documento pretende ser un insumo para un curso avanzado de control; en donde se presenta una metodología para el diseño de algunos controladores clásicos; una comparación de desempeño; con y sin variación de parámetros y finalmente un análisis de los resultados que pretende poner en evidencia las cualidades de cada una de las estrategias.

2. Metodología

2.1 Descripción del sistema

Se plantea realizar el análisis de estabilidad; la simulación en lazo abierto; diseño y simulación de un control lineal y no lineal para un levitador magnético como el mostrado en la Figura 1.

Las ecuaciones que describen la dinámica del sistema se observan en (1) y (2).

$$m\ddot{y} = -ky + mg + F(y; i) \quad (1)$$

Donde m es la masa de la bola; ($y \geq 0$) es la posición vertical de la bola; ($y = 0$) cuando la bola está sobre la bobina; (k) es el coeficiente de fricción viscosa; (g) la aceleración de la gravedad e (i) es la corriente eléctrica. La inductancia del electroimán depende de la posición

de la bola y puede ser modelado como se muestra en (2).

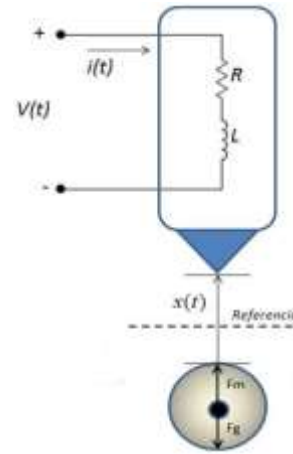


Figura 1. Sistema Levitador Magnético

$$L(y) = L_1 + \frac{L_0}{1 + \frac{y}{a}} \quad (2)$$

Siendo (L_1); (L_0) y (a) constantes positivas. La ecuación (3) define la energía almacenada en el electroimán y (4) la fuerza generada por el electroimán.

$$E(y; i) = \frac{1}{2} L(y) i^2 \quad (3)$$

$$F(y; i) = \frac{\partial E}{\partial y} = -\frac{L_0 i^2}{2a \left(1 + \frac{y}{a}\right)} \quad (4)$$

Cuando el circuito eléctrico de la bobina es excitado por una fuente de voltaje (v); la ley de voltaje de Kirchhoff expresa la relación mostrada en (5).

$$v = \dot{\varphi} + Ri \quad (5)$$

Donde (R) es la resistencia en serie del circuito y $\varphi = L(y)i$ es el flujo magnético generado. En las ecuaciones (6)-(8) se definen las variables de estado del sistema.

$$x_1 = y \quad (6)$$

$$x_2 = \dot{y} \quad (7)$$

$$x_3 = i \quad (8)$$

En las ecuaciones (9)-(11) se establece el espacio de estados del sistema; siendo (u) la entrada de control (voltaje); como lo indica [11].

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (9)$$

$$\dot{x}_2 = g - \frac{k}{m} x_2 - \frac{L_0 a x_3^2}{2m(a + x_1)^2} \quad (10)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{L(x_1)} \left[u - R x_3 + \frac{L_0 a x_2 x_3}{(a + x_1)^2} \right] \quad (11)$$

2.2 Diseño del control lineal

2.2.1 Linealización

Para linealizar en un punto de operación; es necesario aplicar el Jacobiano respecto a la variable correspondiente y evaluar en el punto en mención como se explica en [12]. Para este sistema se obtienen el resultado mostrado en (12)-(15).

$$A(t) = \begin{bmatrix} \frac{0}{m(a+x_1)^3} & \frac{1}{m} & \frac{0}{m(a+x_1)^2} \\ \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{L(x_1)} f_1(x) - \frac{L_0 a x_2 x_3}{(a+x_1)^2} & \frac{L_0 a x_3}{L(x_1)(a+x_1)^2} & \frac{1}{L(x_1)} \left[R + \frac{L_0 a x_2}{(a+x_1)^2} \right] \end{bmatrix}_{\substack{x_1=0;007 \\ x_2=0 \\ x_3=0;4218}} \quad (12)$$

$$B(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{\substack{x_1=0;007 \\ x_2=0 \\ x_3=0;4218}} \quad (13)$$

$$C(t) = [1 \ 0 \ 0] \quad (14)$$

$$D(t) = [0] \quad (15)$$

donde $f_1(x) = -R x_3 + \frac{L_0 a x_2 x_3}{(a+x_1)^2} + u$

La ecuación (16) define la solución de la derivada parcial cuando $y = x_1$

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{L(x_1)} = \frac{1 - L(a+y)(La + Ly + aL_0)}{La + Ly + aL_0} \quad (16)$$

2.2.2 Estabilidad

El valor de los parámetros del modelo de levitador magnético se definen en la Tabla 1.

Tabla 1. Constantes del sistema

Constante	Valor	Unidad
y	0;007	m
L	0;258	H
L_0	0;155	H
R	12;79	Ω
g	9;81	m/s ²
a	0;00825	m
m	0;0066	Kg
k	0;000273	Ns/m

La estabilidad interna de un sistema lineal como el mostrado en (17) es posible determinarla con análisis de los valores propios de la matriz constante A (de acuerdo con [13]); los cuales se pueden obtener hallando los ceros del polinomio característico; como lo explican

Skogestad y Postlethwaite en [14].

$$\dot{X} = AX \quad (17)$$

Para este caso se tienen valores propios mostrados en (18).

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 27;8974 \\ \lambda_2 &= -27;8845 \\ \lambda_3 &= -0;0171 \end{aligned} \quad (18)$$

Lo que indica que el sistema no es estable; debido que existe un valor propio en el semiplano derecho; como lo explica [15].

2.2.3 Controlabilidad

Es necesario determinar la controlabilidad del sistema la cual hace referencia a la posibilidad de llevar al sistema de un estado inicial a uno final en tiempo finito; sin importar la trayectoria se siga; o la entrada que use; como se muestra en [16]. Mediante el método del rango de la matriz de controlabilidad mostrada en (19) y con ayuda del software Matlab y el código mostrado en [17] se determina que el sistema es controlable; según los parámetros de [12].

$$\begin{aligned} C &= [B : AB : A^2B : \dots : A^{n-1}B] \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -83;6680 \\ 0 & -83;6680 & 0;3461 \\ 2;381 & 0 & -462;0219 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (19)$$

2.2.4 Control

El punto de operación en donde se desea realizar el control es $x_p = [x_1 \ x_2 \ x_3]' = [0;007m \ 0m/s \ 0;4218A]'$ de lo que resulta las matrices (20)-(23) que describen el espacio de estados lineal.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 972 & -0;004136 & -35;14 \\ -0;3783 & 5;522 & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2;381 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$C = [1 \ 0 \ 0] \quad (22)$$

$$D = 0 \quad (23)$$

Para el diseño del control lineal se usa la ley de control mostrada en (24); que se basa en la Figura 1; la cual muestra la representación en forma de bloques que requiere dicho control.

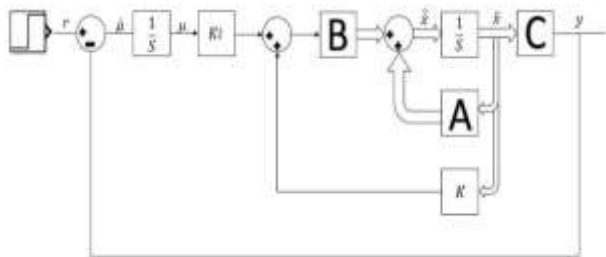


Figura 1. Diagrama de Bloques control por realimentación de estados con integrador

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{\hat{\mu}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + BK & BK_i \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{\mu} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

Con ayuda del software Matlab y la estructura de programación mostrada en [18] se hallan los valores del vector k para un tiempo de estabilización aproximado a 0;5 segundos y un sobre pico no mayor al 2%; los cuales se expresan en (25).

$$\begin{aligned} k_1 &= 1;7391 \times 10^7 \\ k_2 &= 0;0174 \times 10^7 \\ k_3 &= -0;0005 \times 10^7 \\ k_i &= -1;5538 \times 10^8 \end{aligned} \quad (25)$$

2.3 Diseño del control no lineal

Para el control no lineal se utiliza el método de linealización entrada-salida propuesto en [11] y [19]; donde es necesario establecer una relación directa y sencilla entre la salida y la entrada. Debido que la salida corresponde a la primera variable de estado se hace necesario derivar (6) hasta que sea posible obtener la señal de entrada (u) en alguna de sus derivadas; de lo que se obtiene (26); en la cual se evidencia que no existe la relación entre salida y entrada; por consiguiente se deriva (26) obteniendo (27).

$$\dot{y} = \dot{x}_1 = x_2 \quad (26)$$

$$\dot{y} = \dot{x}_2 = g - \frac{k}{m}x_2 - \frac{L_0 a x_3^2}{2m(a + x_1)^2} \quad (27)$$

Como no se encuentra la relación buscada; se deriva (27); dando como resultado (28). De (28) es posible ver la relación que existe entre la entrada y la salida; también se evidencia que para encontrar dicha relación es necesario derivar tres veces la salida; por lo evidenciado en [8]; [11] y [20] se dice que el sistema es de grado relativo tres .

$$y^{(3)} = f_2(x) - \frac{aL_0 u x_3}{mL(x_1)(a + x_1)^2} \quad (28)$$

$$u = \frac{(f_2(x) - v)(mL(x_1)(a + x_1)^2)}{aL_0 x_3} \quad (29)$$

donde $f_2(x) = -\frac{k\dot{x}_2}{m} + \frac{aL_0 x_3^2}{mL(x_1)(a+x_1)^2} \left(R - \frac{aL_0 x_2}{(a+x_1)^2} + \frac{L(x_1)\dot{x}_1}{a+x_1} \right)$

Del proceso realizado es posible encontrar la ley de control la cual "cancelara" las no linealidades del sistema partiendo del despeje mostrado en (29). Es posible verificar que la señal de control (v) está dada por (30); la cual garantiza que la dinámica del error tienda exponencialmente a 0 como se expresa en (31); donde (y^*) es la referencia a seguir; $y^{(n)}$ es la n-ésima derivada temporal y e el error de seguimiento [11] y [21].

$$v = y^{(3)*} - \alpha_2(\dot{y} - \dot{y}^*) - \alpha_1(y - y^*) - \alpha_0(y - y^*) \quad (30)$$

$$e^{(3)} + \alpha_2\dot{e} + \alpha_1\dot{e} + \alpha_0e = 0 \quad (31)$$

Lo anterior permite elegir arbitrariamente los valores de las constantes α_2 ; α_1 y α_0 ; como se muestra en (32); con los cual es posible obtener una dinámica deseada.

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 1000000 \\ \alpha_1 &= 111000 \\ \alpha_2 &= 1110 \end{aligned} \quad (32)$$

3. Resultados y discusión

Con el fin de comparar el desempeño de los controladores ambos se simularon sobre la planta no lineal aun cuando el diseño del control lineal se sintoniza con la planta linealizada; por otro lado debido a la singularidad mostrada en (29) es necesario establecer condiciones iniciales diferentes de 0. En la Figura 2 se observa la respuesta al paso de la primera variable de estado (altura) luego de simulados los controladores.

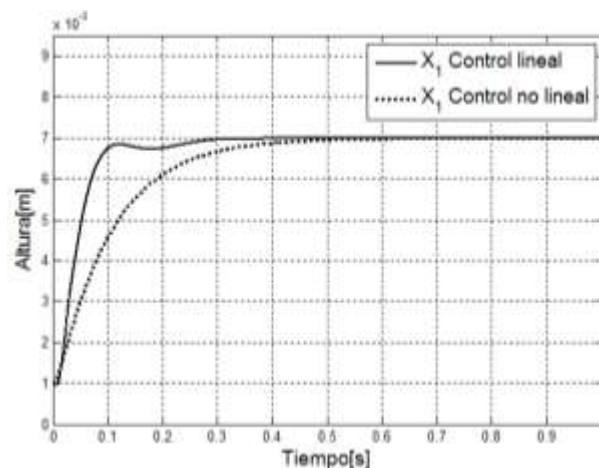


Figura 2. Respuesta al paso primera variable de estado con los controladores implementados

Se observa que el controlador lineal tiene un tiempo de estabilización de 0;243 segundos; mientras que el controlador no lineal es de 0;3723 segundos; ambos controladores cumplen con el seguimiento a la referencia de 7 milímetros de altura propuesto.

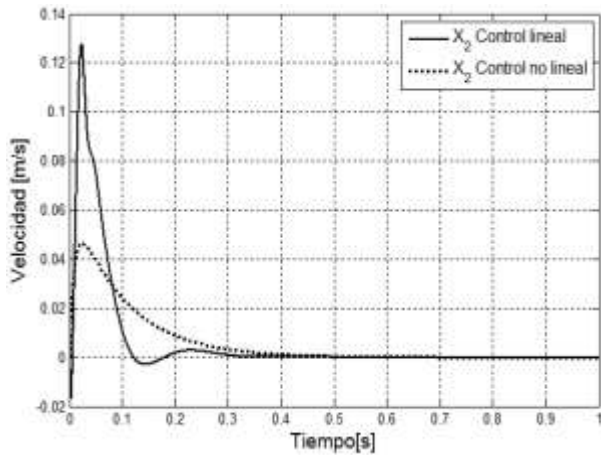


Figura 3. Respuesta al paso segunda variable de estado con los controladores implementados

La Figura 4 muestra el comportamiento de la velocidad con los dos controladores implementados donde se evidencia que el tiempo de estabilización del controlador lineal es de 0,25 segundos; mientras que el del controlador no lineal es de 0,32 segundos; razón por la cual se observa que el sobre pico es mayor en el controlador lineal.

La Figura 4 muestra los valores de corriente que usa cada control; el control lineal tiene tiempo de estabilización de 0,059 segundos; mientras que el control no lineal presenta un tiempo de estabilización de 0,261 segundos; debido a esto el control lineal presenta un sobre pico 0,627 Amperios; añadiendo que ambos controladores tienen la misma corriente estacionaria de 0,617 Amperios.

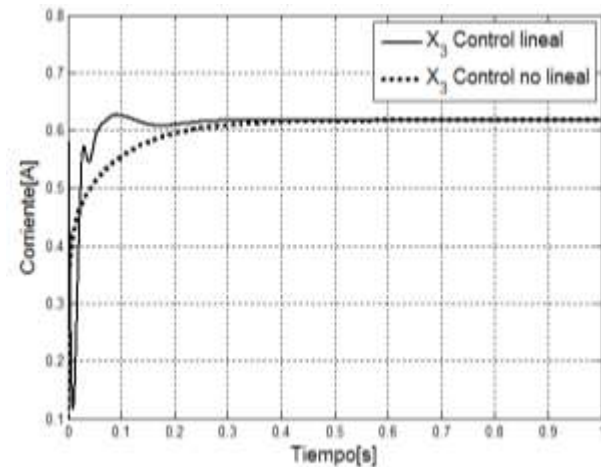


Figura 4. Respuesta al paso de la tercera variable de estado con los controladores implementados

Realizando variaciones de masa de $\pm 80\%$ en la planta para el control lineal se evidencia que el tiempo de estabilización aumenta como máximo a 0,81s y el máximo valor de corriente es de 0,8A llegando siempre al valor de referencia deseado como lo muestra la Figura 5; en la Tabla 2 se muestran los resultados de las variaciones.

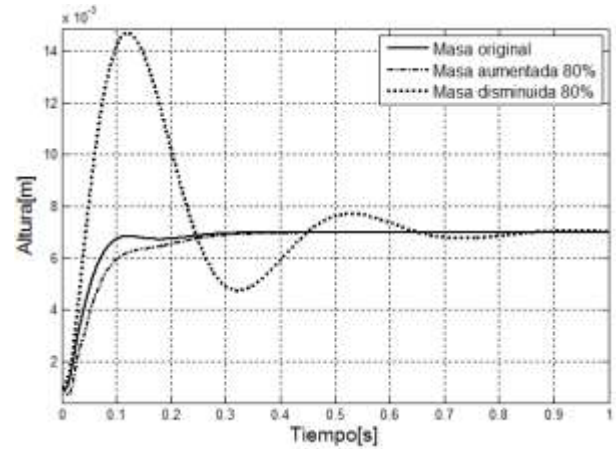


Figura 5. Comportamiento de la altura ante variaciones de masa en el control lineal

Tabla 2. Variación masa control lineal

% Variación masa	Te	MspP	MspC
-80,0%	0,8102	0,0149	0,5087
-73,30%	0,538	0,0124	0,5187
-57%	0,3015	9,49E-03	0,5438
-30%	0,1637	7,65E-03	0,5837
-20%	0,2235	7,29E-03	0,5983
-10%	0,2352	7,03E-03	0,6128
0%	0,243	Sin SP	0,627
10%	0,25	Sin SP	0,6409
20%	0,255	Sin SP	0,6565
30%	0,262	Sin SP	0,6837
40%	0,2675	Sin SP	0,7149
51%	0,2735	Sin SP	0,7485
80%	0,285	Sin SP	0,8312

Donde T_e =Tiempo de estabilización de posición; $MspP$ =Máximo sobre pico de Posición y $MspC$ =Máximo sobre pico de Corriente.

Con el fin de establecer una relación de los datos anteriormente mencionados se realiza una regresión polinomial; como lo demuestra Quintana en [22]; entre la masa y el tiempo de estabilización; la cual se muestra en (33) con un coeficiente de correlación de Pearson; el cual está basado en [23] y da como resultado 89,41%. En (34) se observa la relación que existe entre la masa y el máximo valor de corriente con un coeficiente de correlación del 97,16%.

$$T_e = 14954m^4 - 6521,4m^3 + 968,17m^2 - 56,088m + 1,2775 \quad (33)$$

$$MspC = 3,2892m + 0,4328 \quad (34)$$

Es importante resaltar que el error de estado estacionario aun con las variaciones de masa es siempre 0; las variaciones de aumento de masa no generan sobre pico en la posición; en cambio con la

disminución genera un sobre pico dado por (35).

$$M_{sp}P = 4;6071m^2 - 0;4825m + 0;0198 \quad (35)$$

El rango de variación de masa con el cual es posible simular sin incurrir en problemas numéricos con el control no lineal es de $-57\% \leq m \leq 40\%$; los cambios realizados evidenciaron que cada variación genera una dinámica sobre amortiguada sin alcanzar la referencia como se evidencia en la Figura 6; en la Tabla 3 se observa la altura en la que el sistema se estabiliza en algunas de las variaciones.

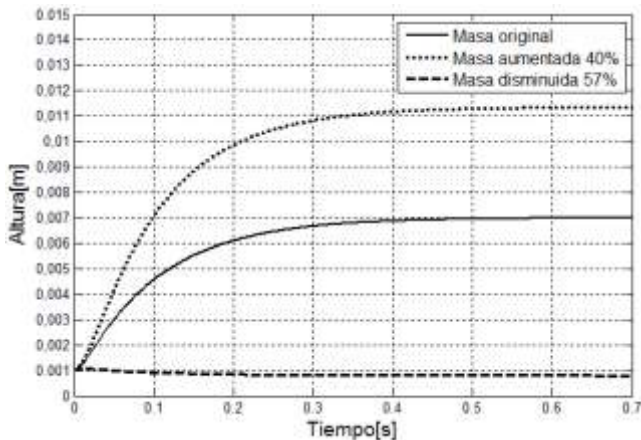


Figura 6. Comportamiento de la altura ante variaciones de masa en el control no lineal

Tabla 3. Variación masa control no lineal

% Masa	Altura [m]	ESS
-57%	0;00081303	0;00618697
-42;12%	0;0024134	0;0045866
-30%	0;003733	0;003267
-20%	0;0048223	0;0021777
-10%	0;0059112	0;0010888
0%	0;007	0
10%	0;008089	-0;001089
20%	0;0091779	-0;0021779
30%	0;0103	-0;0033
40%	0;0114	-0;0044

Donde Ess =Error de estado estacionario; y está determinado por la diferencia entre la altura de referencia y la altura de estabilización.

En (36) se muestra el resultado de la regresión entre la masa y el error de estado estacionario con un coeficiente de correlación del 99%.

$$Ess = -0;1655m + 0;0109 \quad (36)$$

Se aplica una fuerza externa como perturbación pasados dos segundos con una magnitud de 0;1 N durante 0;4 segundos; la respuesta de los controladores se observan en la Figura 7; Figura 8 y Figura 9; donde es evidente que los desempeños no se afectan

drásticamente. Además; se agrega una perturbación de 4 micrómetros la cual simula ruido eléctrico que puede ser generado por un sensor; esto genera un rizado en las respuestas.

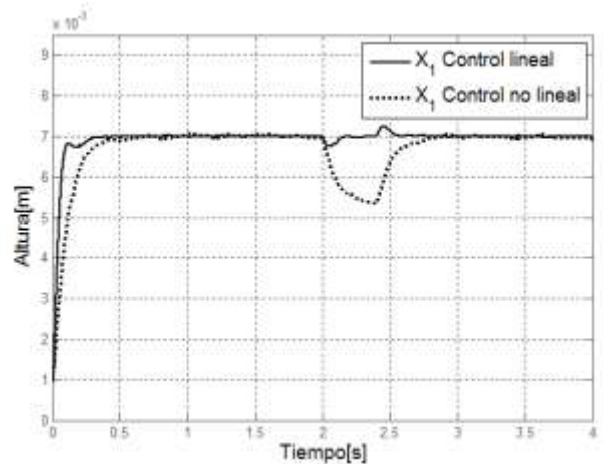


Figura 7. Respuesta al paso primera variable de estado con perturbaciones

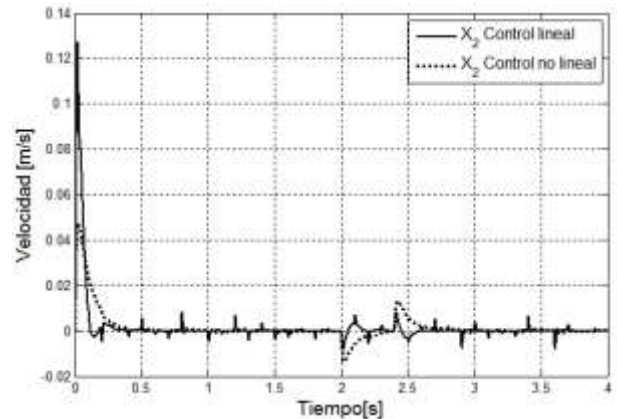


Figura 8. Respuesta al paso segunda variable de estado con perturbaciones

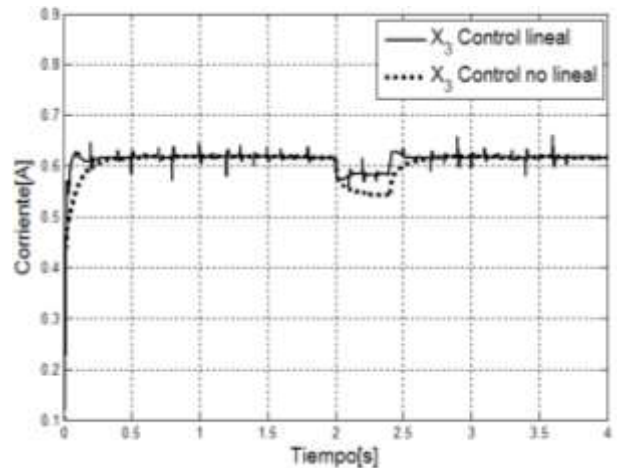


Figura 9. Respuesta al paso tercera variable de estado con perturbaciones

4. Conclusiones

Debido que una variación de masa de $\pm 20\%$ genera

un error de estado estacionario del 31%; se determina que el controlador de tipo no lineal no cumple con los parámetros de desempeño. De acuerdo a los resultados es posible controlar una planta no lineal; como el levitador magnético; con una estrategia lineal; observando respuestas satisfactorias aún a cambios de parámetros y perturbaciones. Es importante resaltar; para este caso la ley de control lineal exige un menor costo de procesamiento que la no lineal; debido a la ausencia de señales de prealimentación; funciones no lineales y posibles singularidades. De acuerdo con los valores obtenidos de tiempo de estabilización; error de estado estacionario y corriente se concluye que con el controlador lineal se obtiene un mejor desempeño. Sería posible mejorar el desempeño del controlador no lineal ante variación de parámetros y perturbaciones empoderando la linealización entrada-salida con otras estrategias; aumentando el costo de procesamiento de la ley de control.

Referencias

- [1] G. Perren. Estudio de las aplicaciones prácticas de la levitación magnética; Rosario; Argentina: Universidad de rosario; 2003.
- [2] R. Subrata; J. L. Hardenberg and F. Gozali. "The Use Of PID Controller To Get The Stable Floating Condition Of The Objects In Magnetic Levitation System". Presented at the 15 th International Symposium on Electrical and Computer Engineering; Nusa Dua; Indonesia; 2017.
- [3] P. J. Campos. "Construcción y control de un levitador magnético;" Msc. Ciencias; Dept. Cien. Dig; I.P.N.; Tijuana; 2008.
- [4] D. Rairán y J. C. Moreno. "Diseño del circuito magnético de un rodamiento magnético por medio de elementos finitos;" tecnura; vol. 11; núm. 22; pp. 63-72; abr. 2008.
- [5] A. Delgado. "Linealización Entrada/Salida de Sistemas No Lineales Afines Utilizando un Filtro;" ing. inv.; vol. 0; núm. 45; p. 62-66; Ene. 2000.
- [6] J. F. García Tirado. "La ingeniería de control y su rol actual en la medicina;" Ingenierías USBMed; vol. 7; núm. 2; 2016.
- [7] J. C. Milena. "Control Lineal y No Lineal de un Levitador Magnético;" Trabajo fin de carrera; Dept. Teo. Señ. Com.; U.P.C.; Barcelona; 2010.
- [8] S. K. Pradhan and R. Singh. "Nonlinear control of a Magnetic Levitation System using feedback linearization". Proc. 2014 IEEE International Conference on Advance Communication Control and Computing Technologies (ICACCCT) conf.; Ramanathapuram; India; pp. 152-156; 2014.
- [9] E. Giraldo Suarez; P. A. Muñoz Gutiérrez y J. A. Bonilla Becerra. "Identificación y control de un Vehículo Aéreo no Tripulado tipo Quadcopter"; Ingenierías USBMed; vol. 7; núm 1; 2016.
- [10] J. Acedo; Instrumentación y control avanzado de procesos; España: Díaz de santos; 2006.
- [11] H. Khalil; nonlinear systems; 3rd ed. New Jersey; Prentice hall; 2002.
- [12] C.T. Chen; Linear System Theory and Design; 3rd ed. New York; Oxford University Press; 1999.
- [13] C. Valdivia; Sistema de control continuos y discretos; 1st ed. Madrid; España: Paraninfo; 2012.
- [14] S. Skogestad and I. Postlethwaite; Multivariable feedback control: Analysis and design; 2nd ed. Wiley; 2005.
- [15] P. F. Alor; "Análisis de estabilidad de sistemas lineales invariantes en el tiempo;" M.Sc. tesis; Ing. Elec.; Uni. Auton. Nue. León; San Nicolás de los Garza; 2000.
- [16] J. Martínez y J. Morales; Control Aplicado con variables de estado; 2nd ed. Madrid; España: Paraninfo; 2016.
- [17] K. Ogata; Matlab for Control Engineers; 1st ed. Indiana; Pearson Prentice Hall; 2007.
- [18] K. Ogata; Ingeniería de control moderna; 5th ed. Madrid; España: Pearson; 2010.
- [19] H. Sira; R. Márquez; F. Riva y O. Llanes; Control de sistemas no lineales; Pearson Prentice Hall; 2004.
- [20] D. Giraldo Buitrago y V. Correa; "Control local de un sistema no lineal: El péndulo con rueda de redacción;" Scientia et Technica; vol. 3; núm 40; pp. 55-60; dic. 2008.
- [21] J.-Y. Lee; K.-d. Jung; B. Hong and S. Cho. "Method of Extended Input/Output Linearization for the Time-Varying Nonlinear System"; Future Information Technology. Lecture Notes in Electrical Engineering; vol 309. Springer; Berlin; Heidelberg.
- [22] C. Quintana; "Elementos de inferencia estadística;" 2ns ed. San José; Costa Rica: Universidad de Costa Rica; 1996.
- [23] A. Sabadías; "Estadística descriptiva e inferencial;" Murcia; España: Compobell s.l.; 1995.